

RS班希望について

数学・物理教務係より

このpdfでは、リレーセミナー班(通称RS班)の候補となる分野について、簡単な紹介を載せています。リレーセミナーの意義は、自分のあまり知らない分野についてその触りを知る機会を設けることと、多様な興味を持った参加者同士で交流を深めあいながら、未知の数学や物理の側面を知り、教養を深めることにあります。各班では、同じ班の方々と、「どの教科書を扱うか」や「教科書のどこからどこまで読むか」などを考え、予習をし、合宿当日に備えます。ここで重要なのは、合宿当日はリレーセミナーが10時間ほどしかないことです。したがって、範囲があまりにも膨大だと、合宿前に気が滅入るだけになってしまう可能性があります。このことを念頭に置き、是非とも「まだ知らないけどちょっと興味がある」班に挑戦してみてください、幸いです。班の希望については、最悪の場合でも第3希望にはほとんど通ります(第3希望になること自体も稀です)。しかし、第一希望の班に入れるとは限りませんので、ご了承ください。あなたの好奇心に溢れる選択をお待ちしております。

数学分野

代数入門

代数学の基礎である、群論、環論、体論の基本を学ぶ。

重要な基礎知識：なし

目安レベル：☆¹

教科書の例：雪江明彦『代数学 2 環と体とガロア理論』、堀田良之『代数入門-群と加群-』²

可換代数

主に、数論や代数幾何との繋がりの大きい可換環論を学ぶ。

重要な基礎知識：代数(群、環、体)の基礎

目安レベル：☆☆

教科書の例：Atiyah Macdonald『可換代数入門』

体とガロア理論

体の拡大理論とガロア理論を学ぶ。

重要な基礎知識：代数の基礎

目安レベル：☆☆☆

教科書の例：桂利行『代数学 3 体とガロア理論』、堀田良之『可換論と体』

代数幾何学

多項式の零点のなす集合の幾何的な性質を、代数学を用いて調べる分野。メンバーの代数幾何に対する知識が十分であれば、専門性を深めてもよい。

重要な基礎知識：可換代数

目安レベル：☆☆☆☆

教科書の例：マンフォード『代数幾何学講義』、桂利行『代数幾何入門』

¹分野のレベルはあくまで参考です。ほぼ筆者の主観でつけています。

²教科書もあくまで一例ですが、図書館等で一読されることをお勧めします。

数理論理学

「数学」の基礎となる「論理」について解析する分野。形式的体系の表現力や形式証明系の演繹の能力などを調べる。

重要な基礎知識：なし

目安レベル：☆～☆☆

教科書の例：鹿島亮『数理論理学』、キューネン『数理基礎論講義』

位相空間論

位相空間の性質やその上に定義される構造を研究対象とする位相幾何学の一分野である。現れる位相空間としては病的なものも含めた極めて広範かつ一般のものを扱い、その一般論を形成するのが位相空間論の主目的である。

重要な基礎知識：なし 目安レベル：☆～☆☆

教科書の例：内田伏一『集合と位相』、兒玉之宏 永見啓応『位相空間論』

圏論

圏論とは、数学的对象と数学的对象の関係性を統一的に扱うための構造ネットワークの理論である。最も基本的な概念である圏は、対象である点とその間の関係性である矢印からなり、集合の圏、群の圏、線形空間の圏、位相空間の圏など数学におけるさまざまな世界が圏として理解される。さらに圏と圏の関係性を担う関手、その関手と関手の間の関係性を担う自然変換は、数学において多く現れ、新たな視点をもたらし、現代数学における基本言語としての地位を確立しつつある。

重要な基礎知識：なし。(ただし、多様な分野に通じていると、具体例や気持ちを理解しやすい。)

目安レベル：☆～☆☆☆

教科書の例：Riehl, 『Category theory in context』、レンスター『ベーシック圏論』、梶浦宏成『数物系のための圏論』

数論

数、特に整数およびそれから派生する数の体系の性質を調べる分野。初等整数論を含む数論を学ぶ。メンバーの知識が十分であればより高度なもの(代数的整数論や解析的整数論)も可能。

重要な基礎知識：可換代数があれば高度なことができるがなくてもよい。

目安レベル：☆～☆☆☆

教科書の例：小野孝『数論序説』、ノイキルヒ『代数的整数論』

測度論とルベーグ積分

面積、体積、個数といった「大きさ」に関する概念を一般化した測度と、測度を用いてリーマン積分を一般化させたルベーグ積分を学ぶ。測度論は、解析学の諸場面で登場し、確率論や統計学でも用いられる。

重要な基礎知識：微積分

目安レベル：☆

教科書の例：伊藤清三『ルベーグ積分入門』

力学系

時間発展に伴い状態が変化する系を記述するための数学的なモデル、またはそれを扱う理論。抽象化された力学系の理論が適用できる範囲はとても広く、運動方程式はもちろんのこと、時間変化するあらゆる現象を記述するための方程式に対して適用できる。要素間の相互作用を微分方程式で記述するか差分方程式で記述するかによって連続力学系、離散力学系に大別される。

重要な基礎知識：多様体、常微分方程式

目安レベル：☆☆

教科書の例：スメール他『力学系入門』

複素解析学

複素平面の領域上で定義された一変数複素関数を学ぶ。

重要な基礎知識：基礎的な微分積分学

目安レベル：☆

教科書の例：高橋礼司『複素解析』、アールフォルス『複素解析』、野口潤次郎『複素解析概論』

グラフ理論

グラフ理論は、ノード (頂点) の集合とエッジ (辺) の集合で構成されるグラフに関する、数学の理論である。グラフを用いることで、路線図や電気回

路などの、様々なものの関連を表現し、解析することができる。グラフ理論班では、グラフが持つ様々な性質を探求する。

重要な基礎知識：なし

目安レベル：☆

教科書の例：E. クライツィグ『最適化とグラフ理論』

数理物理分野

対称性の数理物理

物理学に度々現れる対称性と数学、ひいては代数学との関係を学ぶ。自由度が高い班で高度な内容が行われる場合もある。

重要な基礎知識：基礎的な物理学、代数学の基礎

目安レベル：☆☆☆～

弦理論

粒子を0次元の点ではなく、1次元の弦として扱う理論。超対称性やカルツァ＝クライン理論を取り入れた超弦理論は4つの基本相互作用を統一する万物の理論となる可能性を秘めている。

重要な基礎知識：量子力学、相対性理論、場の理論など、代数学の基礎など

難易度：☆☆☆～

物理分野

解析力学

解析力学は、ニュートン力学を力というある意味トートロジーな概念を使わずに書き直した理論である。ラグランジュ形式では一般化座標で運動方程式が共変となり、そのようなラグランジュ形式に対応して得られるハミルトン形式は、量子力学の基礎となっている。解析力学は量子力学をはじめとした他分野でも活躍しているほか、数学にも影響を与えており、シンプレティック幾何学や力学系の一部は解析力学から始まった。

重要な基礎知識：ニュートン力学など

教科書の例：江沢洋『解析力学』、Landau『力学』

電磁気学

電磁気学は応用上においても重要で、現代の日常生活を支えているといっても過言ではない。マクスウェル方程式という単純な基礎方程式だけで広範な電磁気現象を扱えるのは圧巻の一言に尽きる。マクスウェル方程式に備わるローレンツ共変性やゲージ対称性は、特殊相対性理論やゲージ理論へとつながっていく。

重要な基礎知識：ベクトル解析、微分方程式など

教科書の例：砂川重信『理論電磁気学』

流体力学

流体力学は、液体や気体といった”流れる”物体の運動を調べる理論である。実用上でも重要な学問で、流体力学なしに航空機の設計や天気予報を行うことはほぼ不可能といえる。一方数学的にも深い内容を有しており、ソリトンや乱流は数学としても盛んに研究されている。なかでも粘性流体について成り立つナビエ-ストークス方程式を解くことはクレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題に指定されている。

重要な基礎知識：ベクトル解析、複素関数論、熱力学など

教科書の例：巽友正『流体力学』、今井功『流体力学 (前編)』

熱力学

高校物理のカルノーサイクルに代表される、物理の入門分野の一つが熱力学である。熱力学では、気体などの多くの対象を少ない物理量で記述し、その物理量間の普遍的な関係などを探っていく。

重要な基礎知識：力学、物理数学の基礎

教科書の例：田崎晴明『熱力学—現代的な視点から』、清水明『熱力学の基礎』

統計力学

統計力学とはミクロな物理法則を基にマクロな系の性質を考える学問だ。熱力学ではマクロな視点で分子の運動を考えたのに対し、統計力学では分子の運動（ミクロな系の動き）を熱力学と整合性がとれるように決めた確率モデルに当てはめて考える。

重要な基礎知識：力学、量子力学の基礎など

教科書の例：田崎晴明『統計力学』、Landau『統計物理学 上』

量子力学

量子力学は電子や原子などミクロな系を記述するための物理である。位置、運動量などの物理量は量子論では、抽象的な「状態ベクトル」で表される。物性論、素粒子論などの現代物理学の基礎となっているのは言うまでもないだろう。

重要な基礎知識：解析力学、微分方程式、線型代数など

教科書の例：J.J.Sakurai『現代の量子力学』、砂川重信『量子力学』

場の量子論

場の量子論（QFT）は量子力学と相対性理論（特殊相対性理論）の原理を融和させる理論である。QFTは理論の基本変数として「場」という量を考え、これに量子化の手続きを施すことで、量子力学では扱うことが難しかった高エネルギーでの反応や粒子の生成消滅などの反応を扱うことができるようになる。

重要な基礎知識：解析力学、量子力学、特殊相対性理論、複素解析
教科書の例：坂井典佑『場の量子論』、Michael E. Peskin『An Introduction To Quantum Field Theory』

*一般相対性理論*³

特殊相対性理論を一般化して重力や非慣性系も扱えるようにした理論。ブラックホール、重力波などの現象が導ける。宇宙物理への応用としても重要である。近年直接観測された重力波は現在ホットな話題である。

重要な基礎知識：特殊相対性理論、多様体など
教科書の例：内山龍雄『相対性理論』、Landau『場の古典論—電気力学, 特殊および一般相対性理論』

*生物物理学

生物物理学とは、生体を構成する物質の動的メカニズムを明らかにし、さらに、それらで構成された生体組織の各階層 (スケール) 間をつなぐ原理原則を見出すことによって生命を理解しようという学問分野である。しかし、どのスケールにおいても生物はとても複雑で、それでいて自発的な運動をしている。これをいかに物理 (ないし数学) に落とし込み、普遍性を理解するかが問題となる。しかし、ここ 15 年の間での計算機や実験技術の向上等によりこの分野は急速に進展しており、他の物理分野とは違った面白さがある。

重要な基礎知識：力学、電磁気学、熱・統計力学など

*量子情報

古典では情報は 2 進数を用いて 1,0 の列で表される。量子論で 2 準位系とみなせる系を qubit とよぶが、qubit は古典系と違い、状態は重ね合わせられる。多体系を用いると大量の重ね合わせが作られるので、効率よく計算ができるといわれている。また、量子もつれを利用した量子回路を組むことで量子テレポーテーションが可能になり、実際に実験が行われている。

重要な基礎知識：量子力学など

³*は比較的高度なものを表す (物理分野のみ)

教科書の例：石坂智『量子情報科学入門』

物性物理学

物性物理学は、“もの”の性質、その普遍性を、物理学の視点から研究する分野である。その対象は、固体、液体、気体、アモルファス、ソフトマターなど多岐にわたる。また磁性、超伝導、超流動やトポロジカル物性といった話題の多様性も物性物理の魅力の一つである。

重要な基礎知識：電磁気学、熱力学、量子力学、統計力学など

教科書の例：野村健太郎『トポロジカル絶縁体・超伝導体』、高橋和孝『相転移・臨界現象とくりこみ群』、Richard P. Feynman『ファインマン統計力学』

計算物理学

計算物理学は、解析的に考えられない問題や人が解くには複雑な問題をコンピューターを用いて計算し理解しようとする分野である。RS では、実際にコンピューターを用いて計算する、計算方法の理論を勉強する、など自由度の高い班である。

重要な基礎知識：特になし (物理の各分野、プログラミングの知識があると良い)

教科書の例：Landau『計算物理学』